

Simulación numérica de flujo superficial acoplado con redes de drenaje

Fernández-Pato, J.^{a1} y García-Navarro, P.^{a2}

^{a1}LIFTEC(CSIC)-Universidad de Zaragoza, C/ María de Luna, Edif. Torres Quevedo, 50018 Zaragoza (España).
e-mail: ^{a1}jfpato@unizar.es, ^{a2}pigar@unizar.es.

Línea temática C | Agua y ciudad

RESUMEN

La simulación numérica de flujos combinados o mixtos es una herramienta muy práctica a la hora de prevenir posibles situaciones de inundación en entornos naturales o urbanos. Ante un evento de lluvia de gran magnitud, la limitada capacidad de desagüe de una red de drenaje puede provocar situaciones no deseadas que conviene poder simular computacionalmente para una mejor gestión en un caso real. En concreto, resulta interesante calcular la posible presurización de la red de tuberías y la dinámica superficial del agua, en caso de desbordamiento. En este trabajo se presenta el acoplamiento de dos modelos: 1) Modelo de flujo superficial basado en las ecuaciones bidimensionales de aguas poco profundas con el que es posible resolver de manera precisa la dinámica del agua sobre el terreno, así como la transformación de lluvia en escorrentía a través de diferentes submodelos de infiltración; 2) Modelo de simulación de redes de drenaje subterráneas cuyo régimen mayoritario de funcionamiento sea el de lámina libre, pero que se puedan ver presurizadas ante situaciones puntuales. La red de tuberías se modeliza mediante tramos unidimensionales conectados mediante uniones de tipo "Y". La posible presurización puntual de los conductos se simulará a través del método de la rendija de Preismann (Abbott y Cunge, 1982), mediante el cual es posible obtener una estimación de la presión en el interior de los conductos resolviendo las ecuaciones de lámina libre, sin necesidad de considerar flujo a presión. El acoplamiento de los dos modelos tendrá lugar en regiones puntuales del dominio, tales como desagües o alcantarillas. Las técnicas numéricas consideradas para la resolución de ambos modelos matemáticos están basadas en esquemas de volúmenes finitos con una discretización upwind de primer orden (Murillo y García-Navarro, 2010; Fernández-Pato y García-Navarro, 2014).

Palabras clave | simulación numérica; flujo superficial; redes de drenaje; volúmenes finitos; flujo en lámina libre.

INTRODUCCIÓN

La simulación numérica de flujo de agua en sistemas de drenaje urbano se caracteriza por la dificultad de requerir la consideración de situaciones tanto estacionarias como transitorias. Además, las conducciones se desarrollan fundamentalmente en lámina libre pero tienen una capacidad limitada que puede superarse si el volumen de agua circulante aumenta rápidamente. En esas circunstancias el régimen de flujo cambia y el flujo se presuriza. El flujo en lámina libre es físicamente diferente del flujo a presión y, por lo tanto, ambos requieren formulaciones matemáticas diferentes. Un modelo completo de drenaje urbano debe ser capaz de reproducir estados estacionarios y transitorios tanto de flujo en lámina libre como de flujo a presión, así como la correcta transición entre ambos regímenes (flujo mixto).

Los problemas con flujo mixto han sido abordados en las últimas décadas bajo dos puntos de vista muy diferenciados. La primera forma de resolver el problema consiste en resolver de forma separada el flujo presurizado y el de lámina libre. En este caso, las transiciones entre los dos tipos de flujo se tratan como condiciones de contorno internas. La segunda manera de abordar el problema consiste en simular el flujo presurizado aplicando las ecuaciones de lámina libre en una rendija hipotética muy estrecha situada en la parte superior de la tubería, lo que se conoce como método de Preissmann (García-Navarro y Priestley, 1993; León et al., 2009; Kerger et al., 2010). La altura de agua en la rendija proporciona una estimación del valor de la presión en el interior del conducto. La gran ventaja de este método es el uso de un único sistema de ecuaciones para ambos tipos de flujo.

Para conseguir una aproximación realista de un sistema de drenaje urbano, es conveniente acoplar el modelo de red de tuberías a un modelo de flujo superficial que sea capaz de simular situaciones como ondas de avenida, inundaciones, o la transformación de lluvia en escorrentía (Hsu et al., 2000; Leandro et al., 2009; Mahdizadeh et al., 2012). En este trabajo se resuelve el flujo superficial mediante un modelo basado en las ecuaciones de aguas poco profundas (*shallow water*) bidimensionales.

Tanto el modelo superficial como la red de drenaje se resuelven numéricamente mediante un esquema explícito de volúmenes finitos de primer orden (Murillo y García-Navarro, 2010; Fernández-Pato y García-Navarro, 2014).

MODELO MATEMÁTICO

Flujo en la red de drenaje

La simulación hidráulica de la red de drenaje se llevará a cabo mediante el desarrollo de un modelo que asuma que el régimen de funcionamiento será mayoritariamente de lámina libre pero que, puntualmente, puedan darse situaciones de presurización. Por lo tanto, se trata de una generalización de las ecuaciones y métodos aceptados para la simulación de flujos unidimensionales en superficie libre, en donde las leyes dinámicas están promediadas en la vertical, lo cual desemboca en una distribución vertical de presión hidrostática. Bajo estas consideraciones, las ecuaciones unidimensionales de flujo en lámina libre (*shallow water*) se pueden escribir como (Vreugdenhil, 1994):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + g I_1 \right) = g I_2 + g A (S_0 - S_f) \quad (2)$$

donde A es la sección mojada, Q es el caudal, g es la aceleración de la gravedad, I_1 representa la fuerza de presión hidrostática e I_2 tiene en cuenta las fuerzas de presión debidas a cambios en la anchura del conducto:

$$I_1 = \int_0^{h(x,t)} (h - \eta) b(x, \eta) d\eta, \quad I_2 = \int_0^{h(x,t)} (h - \eta) \frac{\partial b(x, \eta)}{\partial x} d\eta \quad (3)$$

donde

$$b = \frac{\partial A(x, \eta)}{\partial \eta} \quad (4)$$

en donde η y $h(x, t)$ representan la coordenada vertical y el calado, respectivamente. Los términos S_0 y S_f son los términos fuente de pendiente de fondo y de rozamiento, respectivamente:

$$S_0 = -\frac{\partial z}{\partial x}, \quad S_f = \frac{Q|Q|n^2}{A^2 R^{4/3}} \quad (5)$$

con $R = A/P$, siendo P el perímetro mojado. La Figura 1 muestra un esquema de las variables empleadas en la formulación, así como el sistema coordenado.

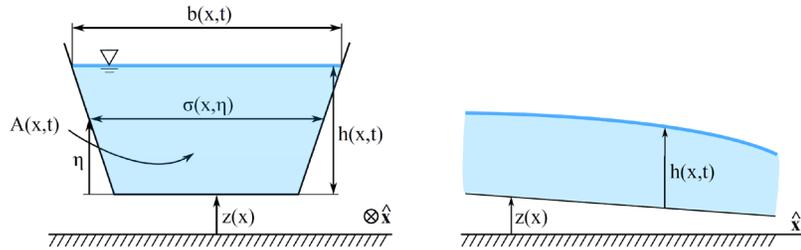


Figura 1 | Esquema de coordenadas y representación de las variables empleadas en la formulación del flujo 1D en lámina libre.

El modelo descrito anteriormente no contempla situaciones en las que la tubería se pueda ver presurizada, por lo que es necesario generalizarlo adecuadamente. Para ello, se empleará el método de la rendija de Preissmann (Abbott y Cunge, 1982), mediante el cual se asume que una rendija ficticia muy estrecha está conectada a la parte superior del conducto. Dicha rendija se encuentra abierta a la atmósfera, por lo tanto permite considerar una situación de flujo en superficie libre, incluso cuando la tubería se encuentre presurizada, simplemente considerando la nueva anchura b_s (Figura 2). La altura de agua en la rendija permitirá obtener una estimación del valor de la altura de presión en la tubería. La principal ventaja de este modelo recae en el hecho de poder estimar la altura de presión en la tubería sin necesidad de cambiar el sistema de ecuaciones a resolver,

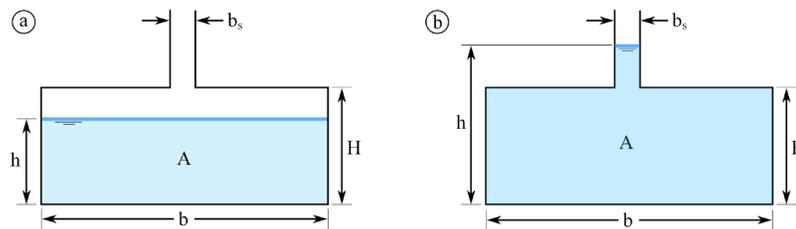


Figura 2 | Situación de flujo en lámina libre (a) y de flujo presurizado (b).

El término de presión y la velocidad de las ondas en las dos situaciones presentadas en la Figura 2 son:

$$A \leq bH \rightarrow h = \frac{A}{b}, I_1 = \frac{A^2}{2b} \rightarrow c_{sw} = \sqrt{g \frac{\partial I_1}{\partial A}} = \sqrt{g \frac{A}{b}} \quad (6)$$

$$A > bH \rightarrow h = H - \frac{A - bH}{b_s}, I_1 = bH \left(\frac{A - bH}{b_s} + \frac{H}{2} \right) + \frac{(A - bH)^2}{2b_s} \rightarrow c_{sw} = \sqrt{g \frac{\partial I_1}{\partial A}} = \sqrt{g \frac{A}{b_s}} \quad (7)$$

La anchura de la rendija se elige igualando la velocidad de transmisión de las ondas en la superficie libre de la rendija (c_{sw}) a la velocidad de propagación de las ondas en flujos presurizados (c_{WH}):

$$c_{sw} = c_{WH} \rightarrow b_s = g \frac{A_f}{c_{WH}^2} \quad (8)$$

donde A_f representa la sección completa de la tubería.

Flujo superficial en lámina libre

En este apartado se presentan las ecuaciones bidimensionales de aguas poco profundas (Vreugdenhil, 1994; Murillo y García-Navarro, 2010) como una generalización a 2D de las Ecuaciones (1) y (2):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = R - f \quad (9)$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x^2}{h} + \frac{1}{2} g h^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) = gh(S_{0x} - S_{fx}) \quad (10)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_y^2}{h} + \frac{1}{2} g h^2 \right) = gh(S_{0y} - S_{fy}) \quad (11)$$

donde las variables conservadas h , $q_x = hu$ y $q_y = hv$ representan el calado y el caudal en las direcciones x e y , respectivamente y u , v son las dos componentes del vector velocidad. En la parte derecha de las ecuaciones aparecen los términos fuente correspondientes al balance entre la intensidad de lluvia y la tasa de infiltración $R - f$ y las pendientes del nivel de fondo z en las direcciones x e y , S_{0x} y S_{0y} , respectivamente:

$$S_{0x} = -\frac{\partial z}{\partial x} \quad S_{0y} = -\frac{\partial z}{\partial y} \quad (12)$$

Los términos S_{fx} y S_{fy} representan las pérdidas energéticas por fricción, escritas en función del coeficiente de rozamiento de Manning n :

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (13)$$

Todos los modelos matemáticos presentados en esta sección se resuelven numéricamente mediante un esquema explícito de volúmenes finitos de primer orden (Murillo y García-Navarro, 2010; Fernández-Pato y García-Navarro, 2014).

Acoplamiento entre modelos

La conexión principal entre el flujo superficial y la red subterránea de drenaje se realiza en una serie de fuentes/sumideros localizados en puntos específicos del dominio mediante leyes de transmisión del caudal de tipo $Q = f(h)$. El caudal se suma/resta en las celdas superficiales correspondientes a las conexiones con la red de drenaje y se resta/suma en los puntos de conexión seleccionados. De esta forma, ambos modelos pueden interactuar en los dos sentidos.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Test 1. Flujo en superficie libre con sumideros

Este caso test tiene como objetivo mostrar las capacidades de cálculo de un modelo distribuido de flujo superficial como el que se presenta en este trabajo. Se trata de una topografía sintética de 50m x 30m, diseñada con varios obstáculos (Figura 3, izquierda) en donde se asumen condiciones iniciales de calado igual a cero para todo el dominio. El coeficiente de rozamiento

de Manning se ha considerado igual a $0.03 \text{ sm}^{-1/3}$. Todos los contornos están cerrados, excepto el contorno izquierdo, donde se impone una entrada fija de agua ($h = 0.3 \text{ m}$) a lo largo de toda la simulación. Para la discretización espacial, se ha elegido una malla triangular no estructurada refinada localmente con el objetivo de capturar fielmente los contornos redondeados de la topografía (Figura 3, derecha).

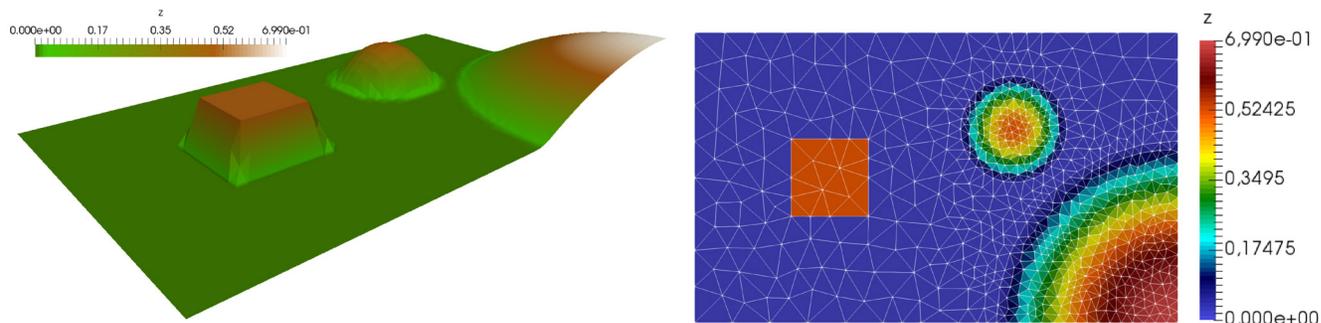


Figura 3 | Representación tridimensional de la topografía (izquierda) con la altura exagerada en un factor 2. Malla de cálculo (derecha).

Se considerarán 3 sumideros o alcantarillas localizadas en las celdas marcadas en la Figura 4. Por simplicidad, en este ejemplo se asumirá para todos ellos un caudal de evacuación constante igual a $0.85A_s$ (m^3/s), donde A_s representa el área del sumidero.

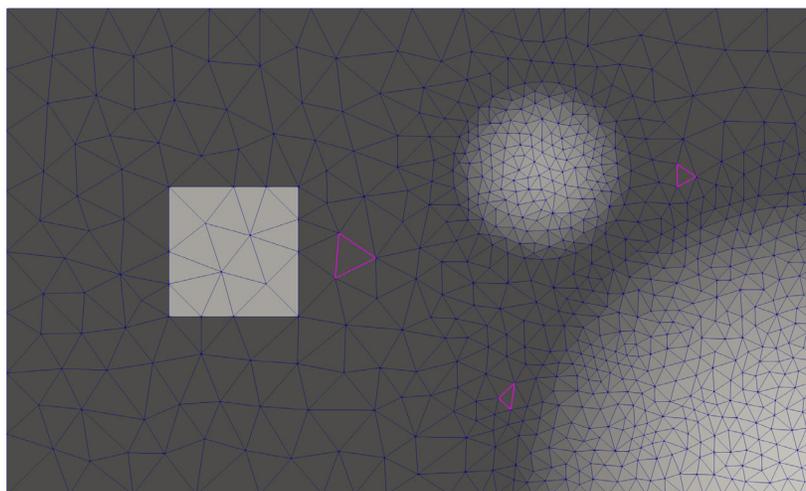


Figura 4 | Posición de las celdas donde están localizados los sumideros.

La Figura 5 muestra los resultados numéricos obtenidos para 6 instantes diferentes de la simulación. En este ejemplo también se pone de manifiesto el buen comportamiento del modelo bajo situaciones complejas, como son los frentes de seco/mojado, en donde se preserva la estabilidad del método.

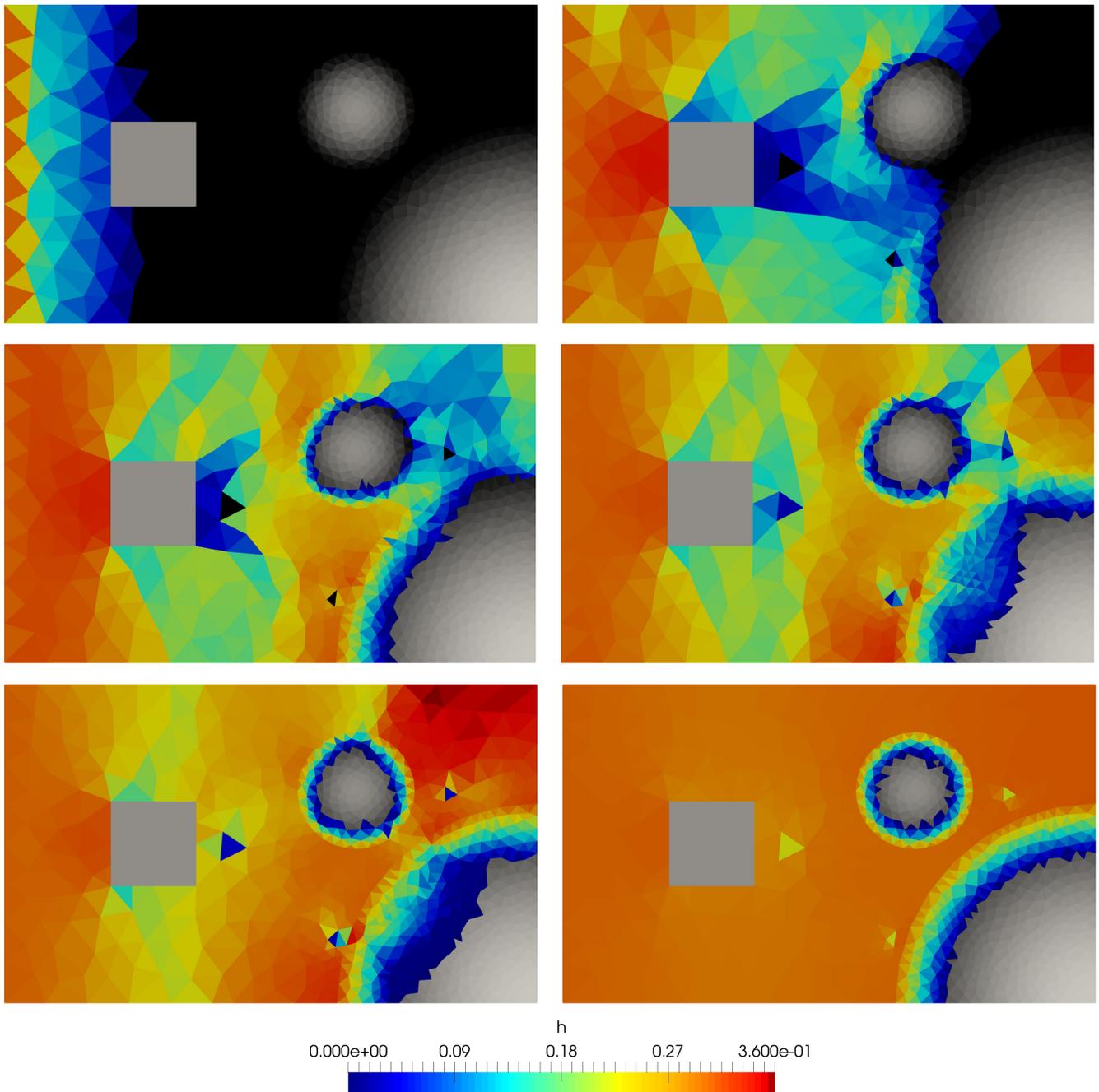


Figura 5 | Representación de los valores de calado para $t=1$ s, 5 s, 8 s, 10 s, 12 s y 72 s.

Test 2. Flujo puntualmente presurizado en una red de drenaje

En este caso (Wixcey 1990) se presenta una red de 7 tuberías (Figura 6) idénticas de sección rectangular con 1 m de anchura y 100 m de longitud. Las pendientes de fondo son de 0.002 para las tuberías 1 y 7, y de 0.001 para las tuberías 2, 3, 4 y 5. La tubería número 4 se considerará totalmente horizontal. Para toda la red de drenaje se asumirá un coeficiente de rozamiento de Manning igual a $0.01 \text{ sm}^{-1/3}$.

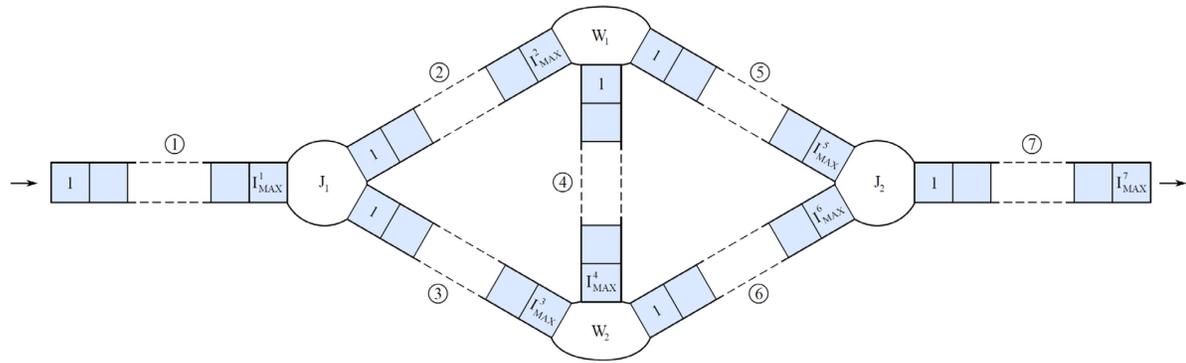


Figura 6 | Esquema de la red de drenaje con 7 tuberías.

La simulación de este caso test se realiza en dos fases. Primero, se generará un estado estacionario en toda la red partiendo de las siguientes condiciones iniciales:

$$h_j(i, 0) = 0.2 \text{ m}, \quad (j = 1, \dots, 7)$$

$$Q_1(i, 0) = Q_7(i, 0) = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2(i, 0) = Q_3(i, 0) = Q_5(i, 0) = Q_6(i, 0) = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_4(i, 0) = 0$$

y de contorno aguas arriba:

$$Q_1(1, t) = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$$

La condición de contorno aguas abajo será de salida libre.

El estado estacionario alcanzado se tomará como condición inicial para la siguiente fase de la simulación, en la que se impondrá a la entrada de la tubería 1 un caudal con forma de onda triangular (Figura 7) que causará la presurización puntual de la red en algunos instantes de tiempo. Los valores máximos y mínimos de caudal elegidos para este ejemplo son:

$$Q_{MAX} = 3.0 \text{ m}^3/\text{s}, \quad Q_{MIN} = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$$

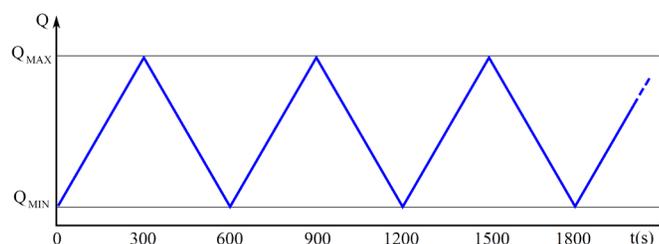


Figura 7 | Hidrograma de entrada en la tubería 1.

La Figura 8 muestra los resultados obtenidos en distintos puntos de la red. Por simetría y para evitar redundancia de resultados, se omitirán las tuberías 3 y 6. Se pueden ver claramente pequeñas oscilaciones en los picos de altura de agua correspondientes a las situaciones transitorias de presurización puntual. Por otro lado, se observa que la tubería 4 presenta una

distribución temporal de caudal simétrica, debido a la propia configuración de la red de drenaje. En general se observan resultados coherentes, tanto para la altura de agua como para el caudal, y consistentes con los presentados en Wixcey (1990).

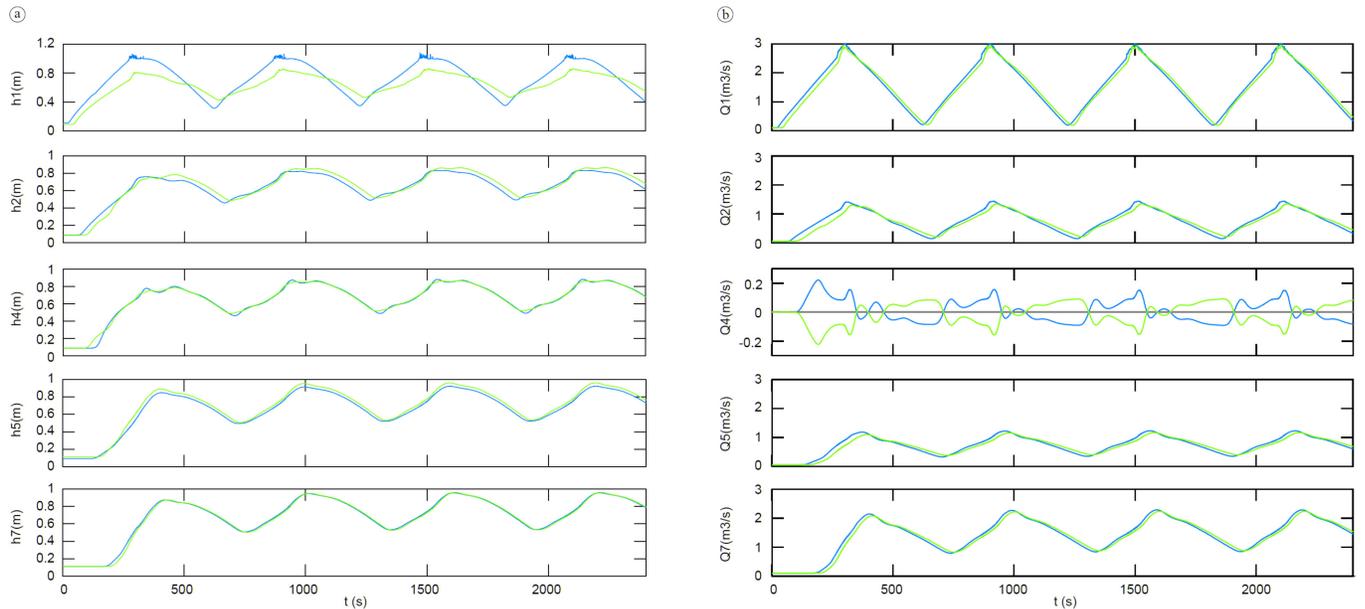


Figura 8 | Evolución temporal de la altura de agua (izquierda) y caudal (derecha) en los puntos medios (verde) y finales (azul) de las tuberías. El caudal para la tubería 4 se representa en los puntos inicial (verde), medio (gris) y final (azul) del conducto.

CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado dos modelos distribuidos de flujo superficial y flujo en tuberías basados en las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D y 1D, respectivamente. Ambos modelos son capaces de simular situaciones tanto transitorias como estacionarias. El acoplamiento entre modelos se realiza en puntos localizados (alcantarillas) que actuarán como fuentes y sumideros en función de las características de los flujos.

El modelo superficial es capaz de resolver situaciones tanto transitorias como estacionarias, incluso cuando la topografía presenta situaciones complejas generadoras de frentes dinámicos de seco/mojado. La implementación de fuentes/sumideros se ha probado en un caso test con 3 conexiones con la red de drenaje con áreas diferentes. El modelo de alcantarillado se ha validado mediante un caso test repetido en la literatura en distintas ocasiones, en el que la red se ve sometida a presurizaciones puntuales debidas a picos en el caudal de entrada. El método de la rendija de Preisamann permite resolver adecuadamente este tipo de situaciones, proporcionando una estimación de la presión en el conducto sin necesidad de resolver otro sistema de ecuaciones que no sea el del flujo en lámina libre.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido parcialmente financiado por el Gobierno de Aragón mediante el fondo Social Europeo, así como por el proyecto de investigación CGL2015-66114-R (cofinanciación FEDER y MINECO). El autor principal también desea expresar su agradecimiento al MINECO por su beca de investigación DI-14-06987.

REFERENCIAS

- Abbott, M.B., Cunge, J.A. eds. 1982. Engineering applications of computational hydraulics: homage to Alexandre Preissmann. Pitman, Boston.
- Fernández-Pato, J., García-Navarro, P. 2014. Finite volume simulation of unsteady water pipe flow. *Drinking Water Engineering and Science* 7, 83-92.
- García-Navarro, P., Priestley, A. 1993. The application of an implicit TVD method for water flow modelling in channels and pipes. Num. Anal. Rep. University of Reading.
- Hsu, M.H., Chen, S.H., Chang, T.J. 2000. Inundation simulation for urban drainage basin with storm sewer system. *Journal of Hydrology* 234, 21-37.
- Kerger, F., Archaubeau, P., Erpicum, S., Dewals, B.J., Piroton, M. 2010. An exact Riemann solver and a Godunov scheme for simulating highly transient mixed flows. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 235(8), 2030-2040.
- Leandro, J., Chen, A.S., Djordjevic, S., Savic, D.A. 2009. Comparison of 1D/1D and 1D/2D Coupled (Sewer/Surface) Hydraulic Models for Urban Flood Simulation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(6), 495-504.
- León, A.S., Ghidaoui, M.S., Schmidt, A.R., García, M.H. 2009. Application of Godunov-type schemes to transient mixed flows. *Journal of Hydraulic Research* 47(2), 147-156.
- Mahdizadeh, H., Stansby, P.K., Rogers, B.D. 2012. Flood Wave Modeling Base don a Two-Dimensional Modified Wave Propagation Algorithm Coupled to a Full-Pipe Network Solver. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(3), 247-259.
- Murillo, J., García-Navarro, P. 2010. Weak solutions for partial differential equations with source terms: Application to the shallow water equations. *Journal of Computational Physics* 229, 4327-4368.
- Vreugdenhil, C.B. 1994. Numerical Methods for Shallow Water Flow. Kluwer Academic Publishers.
- Wixcey, J.R. 1990. An investigation of algorithms for open channel flow calculations. Numerical Analysis Internal Report, 21. Department of Mathematics, University of Reading.