

Análisis de sensibilidad en los procesos de vaciado de los sistemas de distribución de agua

Coronado-Hernández, O.E.^a, Fuertes-Miquel, V.S.^b, Iglesias-Rey, P.L.^c, Mora-Meliá, D.^d

^aEstudiante de Doctorado en Ingeniería del Agua y Medioambiental, Universitat Politècnica de València, Valencia 46022, España; Profesor Asistente, Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena 131001, Colombia, ocoronado@unitecnologica.edu.co.

^bProfesor Titular, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universitat Politècnica de València, Valencia 46022, España, vfuentes@upv.es, ^cProfesor Titular, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universitat Politècnica de València, Valencia 46022, España, piglesia@upv.es y ^dProfesor Asistente, Departamento de Ingeniería y Gestión de la Construcción, Universidad de Talca, Curicó, Chile, damora@utalca.cl

Línea temática C | Agua y ciudad

RESUMEN

En el proceso de vaciado en sistemas de abastecimiento de agua se pueden generar importantes depresiones que podrían causar el colapso del sistema debido a la expansión de las bolsas de aire atrapadas. En este artículo se presenta el análisis de sensibilidad del modelo matemático desarrollado por los autores, analizando los principales parámetros hidráulicos que intervienen en este proceso tales como: diámetro interior de la tubería, factor de fricción, pendiente longitudinal de la tubería, coeficiente politrópico, diámetro de la ventosa, tamaño de la bolsa de aire y tiempo de apertura. Este análisis se realizó para dos casos posibles: Caso No. 1, tubería con el extremo aguas arriba cerrado; y Caso No. 2, tubería con una ventosa instalada en el extremo aguas arriba. Los resultados muestran que para el Caso No. 1 los parámetros que más inciden en las depresiones son la pendiente longitudinal de la tubería y el tamaño de la bolsa de aire; mientras que para el Caso No. 2, estos parámetros son el diámetro interior de la tubería, la pendiente longitudinal de la tubería y el tamaño de la ventosa.

ABSTRACT

Emptying pipelines can be critical in many water distribution networks because subatmospheric pressure troughs that occur could cause considerable damage to the system due to the expansion of entrapped air. This paper shows the sensitivity analysis for the mathematical model proposed by the authors, where the main hydraulic parameters are analyzed (internal pipe diameter, friction factor, pipe slope, polytropic coefficient, air valve diameter, air pocket size and time maneuvering of the drain valve). Two cases were analyzed: (i) a pipe with the upstream end closed, and (ii) a pipe with an air valve installed in the upstream end. The results show that in the Case No.1, pipe slope and air pocket size parameters are very sensitive on the subatmospheric pressure troughs, and on the other hand in the Case No. 2, internal pipe diameter, pipe slope and air valve diameter parameters are also very sensitive.

INTRODUCCIÓN

El análisis de los procesos de vaciado de agua en sistemas hidráulicos presurizados es complejo de calcular debido a que es necesario comprender el comportamiento hidráulico del agua (fase líquida) junto con el comportamiento termodinámico de la bolsa de aire atrapada en dicho sistema (fase gaseosa) (Fuertes, 2001). Esta es una operación que se realiza de manera periódica en las redes de abastecimiento de agua por labores de mantenimiento, limpieza o reparaciones, y que los ingenieros y planificadores deben considerar con el fin de evitar problemas estructurales por colapso en las líneas de tuberías y en sus dispositivos anexos (válvulas, juntas, sistemas de bombeo, etc.) debido a las depresiones que se alcanzan durante dicho fenómeno.

Los autores han desarrollado un modelo matemático robusto que permite conocer dicho comportamiento (Coronado-Hernández et al., 2016, 2017; Fuertes-Miquel et al., 2017), el cual ha sido validado en los laboratorios de la Universitat Politècnica de València (España), para el caso de una tubería simple; y de la Universidad de Lisboa (Portugal), para el caso de una conducción de perfil irregular. En particular, este modelo matemático ha sido desarrollado para los dos casos presentados a continuación: Caso No. 1 (tubería con el extremo aguas arriba cerrado), que corresponde al caso en donde no se instalan ventosas o donde éstas han fallado debido a problemas de mantenimiento; y el Caso No. 2 (tubería con una ventosa instalada), que corresponde a la situación ideal debido a que la correcta instalación de la ventosa brinda fiabilidad al sistema durante el proceso de vaciado.

Para los dos casos mencionados anteriormente, el modelo matemático simula la columna de agua empleando la ecuación de oscilación de masa (modelo inercial rígido) (Izquierdo et al., 1999) y la interface móvil aire-agua (Zhou et al., 2013). Para el Caso No. 1, el comportamiento termodinámico de la bolsa de aire es simulado empleando un modelo politrópico (Zhou et al., 2013); mientras que para el Caso No. 2, se emplean para modelar el comportamiento termodinámico de la bolsa de aire la ecuación de continuidad (Fuertes-Miquel et al., 2016), la ecuación de expansión-compresión politrópica (León et al., 2010) y la ecuación que modela el comportamiento de la ventosa (Wylie and Streeter, 1976). Para ambos casos, el sistema de ecuaciones algebraicas-diferenciales es solucionado empleando métodos numéricos, para lo cual se empleó la librería de Simulink de Matlab®.

Con el objetivo de seguir profundizando en el análisis de los fenómenos transitorios generados durante el vaciado en los sistemas de abastecimiento de agua, en este trabajo se presenta el análisis de sensibilidad, para los dos casos mencionados, de los parámetros hidráulicos que intervienen en este proceso, tales como: diámetro de la tubería, pendiente longitudinal, tamaño de la bolsa de aire, diámetro de la ventosa, coeficiente politrópico, factor de fricción y tiempo de apertura de la válvula de vaciado. Como resultado de esta investigación, se conocerán los parámetros que mayor influencia tienen sobre el proceso de vaciado en los sistemas de abastecimiento de agua, en lo referente a la presión sub-atmosférica alcanzada en la bolsa de aire (depresión), que es la variable hidráulica más importante durante este proceso porque muestra si existe riesgo de colapso en el sistema. Cuando se presentan depresiones importantes, el sistema puede colapsar dependiendo de la clase de rigidez de la tubería y de las condiciones de instalación de la misma. En contraste, cuando se presentan pequeñas depresiones, no existirá riesgo de colapso.

MODELOS MATEMÁTICOS

En esta sección se presenta de manera resumida el modelo matemático para analizar el proceso de vaciado de agua en una tubería simple desarrollado por los autores (Fuertes-Miquel et al., 2016). La Figura 1 muestra la configuración de una tubería simple para los dos casos analizados: Caso No. 1 (tubería simple con el extremo aguas arriba cerrado), el cual no tiene ventosas instaladas; y el Caso No. 2 (tubería simple con una ventosa instalada aguas arriba), en donde se utiliza esta ventosa para proporcionar fiabilidad al sistema durante el proceso de vaciado.

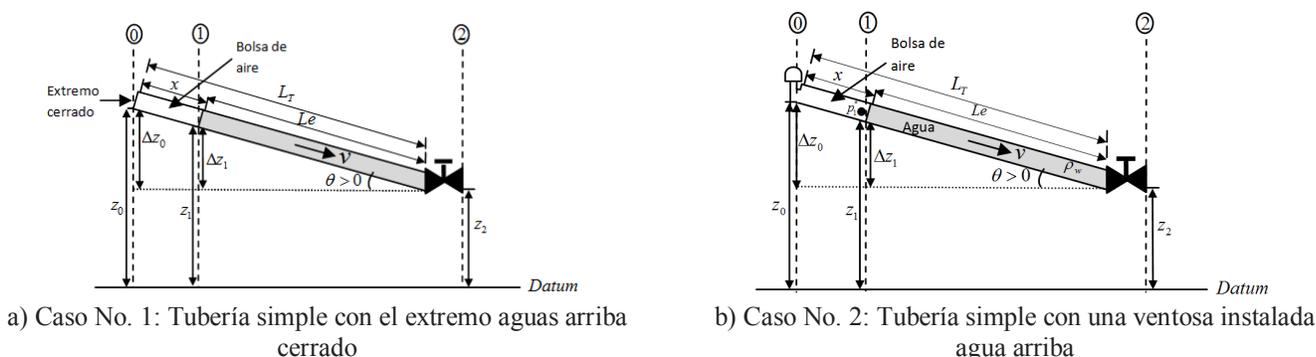


Figura 1 | Esquema de una bolsa de aire atrapada en una tubería simple durante el proceso de vaciado de agua

Caso No. 1: Tubería simple con el extremo aguas arriba cerrado

El análisis del proceso de vaciado en una tubería simple con el extremo aguas arriba cerrado presenta una bolsa de aire atrapada dentro de la instalación (Figura 1a). Para modelar este caso, las siguientes suposiciones son consideradas:

- La fase de agua es modelada mediante el modelo de columna rígida. Un factor de fricción constante es considerado para determinar las pérdidas de energía usando la ecuación de Darcy-Weisbach.
- La pendiente, el diámetro y la rugosidad de la tubería son considerados constantes durante todo el transitorio.
- El modelo politrópico es empleado para modelar el comportamiento de la bolsa de aire atrapada.
- La interface aire-agua es perpendicular a la dirección del flujo. Esta hipótesis será válida dependiendo fundamentalmente de la velocidad del agua durante el vaciado, del diámetro de la tubería y de la pendiente de la misma.

Bajo estas hipótesis, el problema es modelado por las siguientes ecuaciones:

Columna de vaciado

- Ecuación de oscilación de masa para la columna de vaciado (modelo rígido):

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(p_1^* - p_{atm}^*)}{\rho_w L_e} + g \left(\frac{\Delta z_1}{L_e} \right) - f \frac{v|v|}{2D} - \frac{KgA^2 v|v|}{L_e} \quad (1)$$

Donde: v = velocidad de la columna de vaciado del agua; p_1^* = presión absoluta en la bolsa de aire; p_{atm}^* = presión atmosférica; ρ_w = densidad del agua; L_e = longitud de la columna de vaciado; Δz_1 = desnivel de la tubería; D = diámetro de la tubería; f = factor de fricción; g = aceleración de la gravedad; A = área de la sección transversal de la tubería; y K = coeficiente de resistencia de la válvula de vaciado.

- Posición de la columna de vaciado:

$$\frac{dL_e}{dt} = -v \quad \text{o} \quad L_e = L_0 - \int_0^t v dt \quad (2)$$

Donde: L_0 = longitud inicial de la columna de agua.

Bolsa de aire

- Modelo politrópico para modelar el comportamiento del aire en el interior de la tubería:

$$p_1^* x^m = p_{1,0}^* x_0^m \quad (3)$$

Donde x = tamaño de la bolsa de aire; x_0 = valor inicial de x ; $p_{1,0}^*$ = valor inicial de p_1^* ; y m = coeficiente politrópico.

En resumen, un sistema de ecuaciones algebraicas-diferenciales de 3x3 (ecuaciones (1) – (3)) describen todo el problema. Este sistema debe ser solucionado con sus correspondientes condiciones iniciales y de frontera, para dar solución a las tres variables desconocidas (v , L_e y p_1^*).

Condiciones iniciales y de frontera

Cuando el sistema está en reposo ($t = 0$), las condiciones iniciales están descritas por $v(0) = 0$, $L_e(0) = L_{e,0}$ y $p_1^*(0) = p_{atm}^* = 101325 \text{ Pa}$.

La condición de contorno aguas arriba está dada por $p_{1,0}^*$ (condición inicial de la bolsa de aire) y la condición de contorno aguas abajo está dada por p_{atm}^* debido a que la válvula se encuentra descargando libremente a la atmósfera.

Término gravitatorio

El término gravitatorio ($\Delta z_1/L_e$) de la ecuación (1) es siempre constante y puede ser calculado por la siguiente ecuación:

$$\frac{\Delta z_1}{L_e} = \sin \theta \quad (4)$$

Caso No. 2: Tubería simple con ventosa instalada aguas arriba

El análisis del proceso de vaciado en una tubería simple con una ventosa instalada aguas arriba es presentado en la Figura 1b. Las suposiciones son las mismas a las consideradas en el Caso No. 1. Por tanto, las ecuaciones (1) y (2) son usadas para representar el comportamiento de la columna de vaciado. La bolsa de aire puede ser modelada considerando las siguientes ecuaciones:

- Ecuación de continuidad aplicada al aire que entra en la tubería a través de la ventosa:

Se considera que la densidad del aire en el interior de la tubería (ρ_a) y la densidad del aire en la ventosa (ρ_{acN}) pueden ser diferentes, obteniendo la siguiente expresión (Fuertes-Miquel et al, 2016):

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \frac{(\rho_{acN} v_{acN} A_{adm} - v A \rho_a)}{A(L_T - L_e)} \quad (5)$$

Donde ρ_{acN} = densidad del aire en condiciones normales ($1,205 \text{ kg/m}^3$), v_{acN} = velocidad del aire en condiciones normales y A_{adm} = área de admisión de la ventosa.

- Ecuación politrópica de expansión-compresión de la bolsa de aire (León et al., 2016):

$$\frac{dp_1^*}{dt} = -m \frac{p_1^*}{V_a} \frac{dV_a}{dt} + \frac{p_1^*}{V_a} \frac{m}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dt} \quad (6)$$

Donde V_a = volumen de la bolsa de aire y m_a = masa de la bolsa de aire.

- Ecuación característica de la ventosa (Wylie and Streeter, 1993):

$$v_{acN} = C_{adm} \sqrt{7 p_{atm}^* \rho_{atm} \left[\left(\frac{p_1^*}{p_{atm}^*} \right)^{1,4286} - \left(\frac{p_1^*}{p_{atm}^*} \right)^{1,714} \right]} \quad (7)$$

Donde C_{adm} = coeficiente de admisión de la ventosa.

En resumen, se tiene un sistema de ecuaciones algebraicas-diferenciales de 5x5 (ecuaciones (1), (2), (5), (6) y (7)) que describen el problema planteado. Este sistema debe ser solucionado, con sus correspondientes condiciones iniciales y de frontera, para dar solución a las cinco variables desconocidas (v , L_e , p_1^* , ρ_a y v_{acN}).

Condiciones iniciales y de frontera

En este caso, las condiciones iniciales está descritas por: $v(0) = 0$, $L_e(0) = L_{e,0}$, $p_1^*(0) = p_{atm}^* = 101325 \text{ Pa}$, $\rho_a = 1,205 \text{ kg/m}^3$ y $v_{acN}(0) = 0$. Por otro lado, las condiciones de contorno son iguales a las del Caso No. 1.

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

En el presente trabajo se presenta el análisis de sensibilidad del modelo matemático desarrollado por los autores para una tubería simple de longitud $L_T = 800$ m y con una diferencia de elevación $\Delta z_1 = 16$ m. Los parámetros iniciales que se consideraron se presentan a continuación: factor de fricción $f = 0,018$; diámetro interior de la tubería $D = 0,30$ m; coeficiente politrópico $m = 1,2$; coeficiente de resistencia de válvula de vaciado $K = 0,11$; longitud inicial de la bolsa de aire $x_0 = 250$ m; diámetro de la ventosa = 50 mm; y coeficiente de admisión de aire en la ventosa $C_{adm} = 0,50$. Para realizar el análisis de sensibilidad correspondiente, estos parámetros se variaron tal como se presenta en la Tabla 1. En todos los casos analizados se ha considerado la presión atmosférica como la presión absoluta inicial en la bolsa de aire ($p_{1,0}^* = p_{atm}^* = 10,33$ mca).

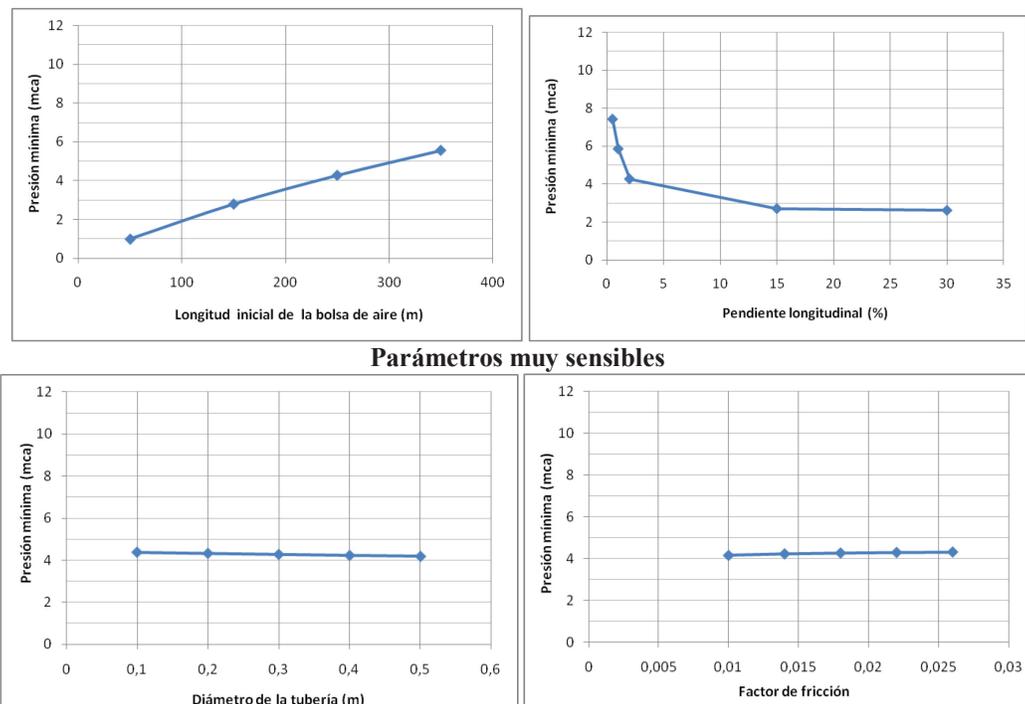
Tabla 1 | Rango de variación de los diferentes parámetros analizados

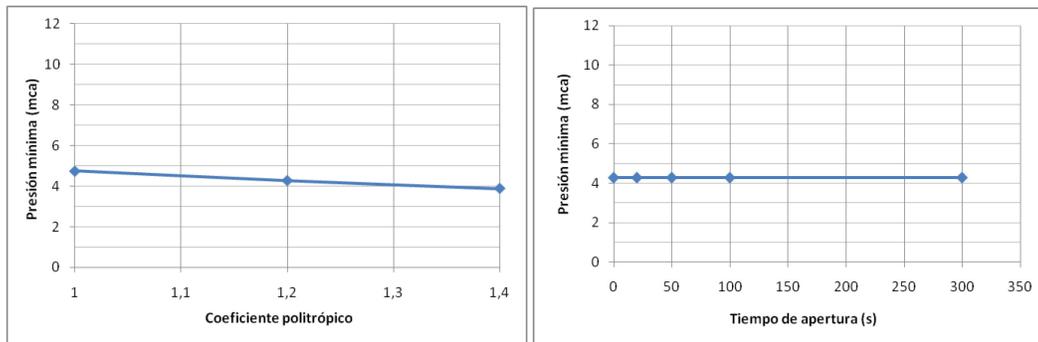
Parámetro	Unidad	Rango	
		De	A
Diámetro interior de tubería	(m)	0,1	0,5
Factor de fricción	(-)	0,010	0,026
Pendiente longitudinal	%	5	30
Coficiente politrópico	(-)	1,0	1,4
Diámetro de ventosa	(mm)	25	100
Tamaño de la bolsa de aire	(m)	50	350
Tiempo de apertura	(s)	0	300

A continuación se presentan los resultados del análisis de sensibilidad para los dos casos antes mencionados (tubería sin ventosa y tubería con ventosa).

Caso No. 1: Tubería simple con el extremo aguas arriba cerrado

Para el Caso No. 1 se ha resuelto el sistema de ecuaciones algebraicas-diferenciales de 3x3 variando los parámetros del tamaño de la bolsa de aire, la pendiente longitudinal de la tubería, el diámetro de la tubería, el factor de fricción, el coeficiente politrópico y el tiempo de apertura de la válvula de vaciado. En la Figura 2 se presentan los resultados obtenidos de la presión absoluta mínima (depresión máxima) alcanzada durante el proceso de vaciado para cada uno de los sistemas analizados.





Parámetros poco sensibles

Figura 2 | Presiones absolutas mínimas (depresiones máximas) para el Caso No. 1 (tubería con el extremo aguas arriba cerrado)

Al realizar este análisis se observa que los parámetros que más inciden en el proceso de vaciado son el tamaño de la bolsa de aire y la pendiente longitudinal de la tubería, de los cuales se deduce lo siguiente:

- Con respecto al tamaño de la bolsa de aire, se deduce que para tamaños pequeños de esta se alcanzan altas depresiones que pueden ocasionar el colapso del sistema como consecuencia de la expansión de la bolsa de aire. Así, por ejemplo, se tiene que, para una bolsa de aire de 50 m de longitud, la presión absoluta mínima que se alcanza durante el vaciado es 0,99 mca; mientras que, para una bolsa de aire de 350 m de longitud, la presión absoluta mínima es 5,56 mca. Esta situación muestra el enorme riesgo al que están expuestas grandes conducciones que no tienen ventosas instaladas o cuando éstas han fallado debido a problemas de mantenimiento y operación. De acuerdo con Coronado-Hernández et al. (2017), la condición inicial más desfavorable es cuando la tubería se encuentra totalmente llena de agua o cuando hay una pequeña bolsa de aire atrapada en el sistema. En esta situación existe un gran riesgo de colapso de la instalación.
- La pendiente longitudinal de la tubería es otro parámetro muy sensible durante el proceso de vaciado. Del análisis de resultados, se deduce que en terrenos montañosos y escarpados se tendrán altas depresiones que pueden producir el colapso de la instalación, como consecuencia de tener un mayor valor del término gravitatorio ($\Delta z_1/L_e$), provocando así estas grandes depresiones. Por ejemplo, para una pendiente longitudinal de la tubería del 30% (terreno muy montañoso o escarpado) se tiene una presión absoluta mínima de 2,62 mca, mientras que para una pendiente longitudinal del 0,5% (terreno muy plano) se tiene una presión absoluta mínima de 7,43 mca. Esto claramente indica que las conducciones en terrenos montañosos y escarpados tendrán mayor riesgo de colapso por depresión que las conducciones localizadas en terrenos planos.

Por otro lado, los parámetros del diámetro de la tubería, el factor de fricción, el coeficiente politrópico y el tiempo de apertura de la válvula de vaciado son poco sensibles durante el proceso de vaciado y su variación no genera riesgo de colapso del sistema. Para mayores valores del diámetro interno de la tubería y del coeficiente politrópico, se presentan depresiones ligeramente más altas. Para mayores valores del factor de fricción, se presentan depresiones ligeramente más pequeñas. Y la depresión alcanzada es prácticamente independiente del tiempo de apertura de la válvula de vaciado. Todo ello puede observarse claramente en las gráficas de la Figura 2.

Caso No. 2: Tubería simple con una ventosa instalada aguas arriba

Para el Caso No. 2 se ha resuelto el sistema de ecuaciones algebraicas-diferenciales de 5x5 variando los parámetros de longitud inicial de la bolsa de aire, pendiente longitudinal de la tubería, diámetro de la tubería, factor de fricción, coeficiente politrópico, tiempo de apertura de la válvula de vaciado y tamaño de la ventosa. En la Figura 3 se presentan los resultados obtenidos de la presión absoluta mínima (depresión máxima) alcanzada durante el proceso de vaciado para todos los sistemas analizados.

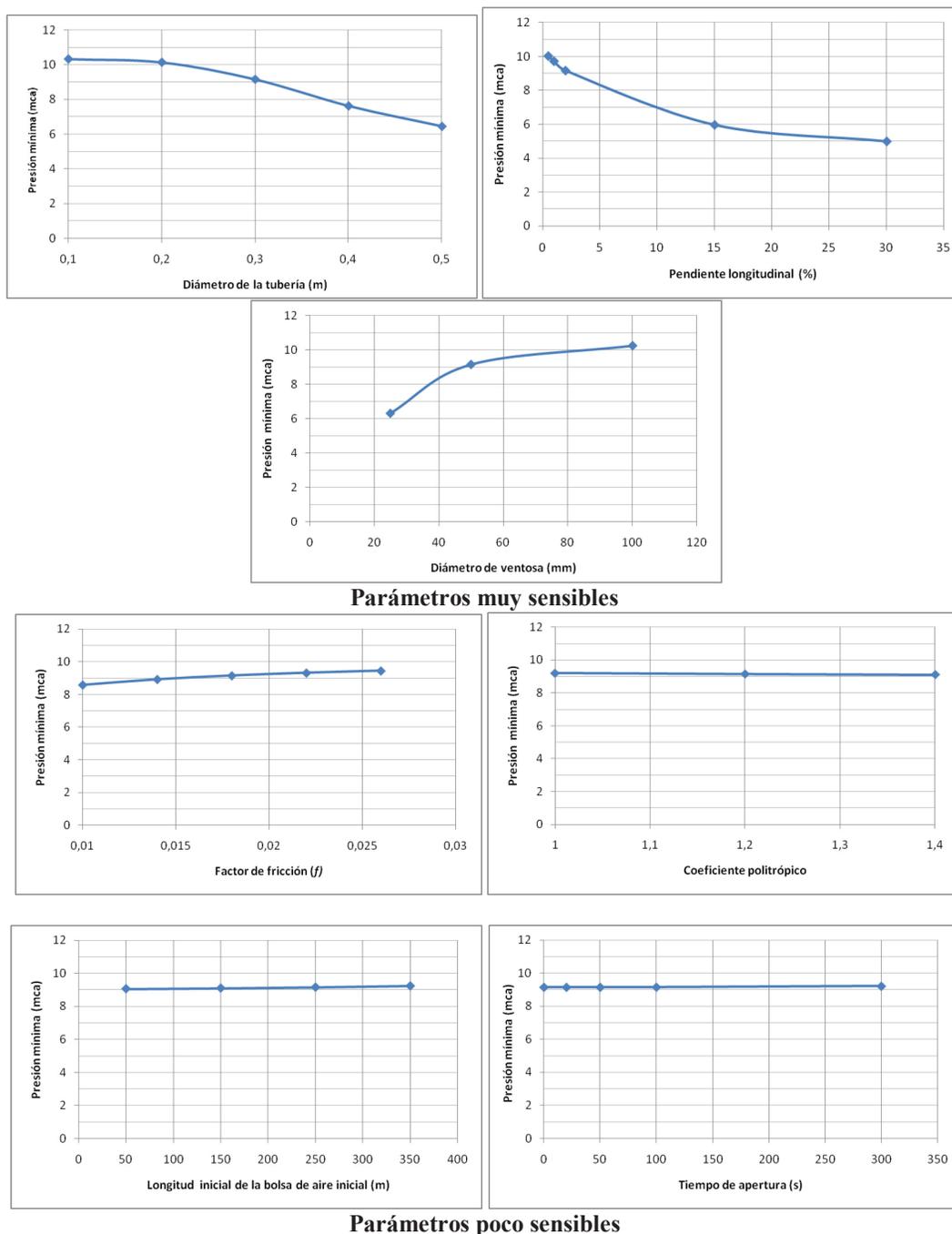


Figura 3 | Presiones absolutas mínimas (depresiones máximas) para el Caso No. 2 (tubería con una ventosa instalada aguas arriba)

En base a los resultados obtenidos del análisis de sensibilidad, se deduce que los parámetros más sensibles durante el proceso de vaciado para este caso son el diámetro de la tubería, la pendiente longitudinal y el tamaño de la ventosa:

- Para tuberías con mayor diámetro interior, se alcanzan depresiones más altas que pueden poner en riesgo a la instalación, debido a que se tiene un mayor volumen de agua que debe vaciarse y que no puede ser reemplazado de manera idéntica por el aire que se debe introducir a través de la ventosa. Por ejemplo, para un diámetro interior de tubería de 100 mm prácticamente no se obtiene ninguna depresión (la presión absoluta mínima alcanzada es 10,32 mca), mientras que para un diámetro interno de 500 mm la presión absoluta mínima que se alcanza es 6,44 mca. Esto indica que el tamaño de la ventosa está claramente relacionado, aunque no solo (esto es importante), con el diámetro de la tubería.

- Con respecto a la pendiente longitudinal de la tubería, se presenta la misma situación que para el Caso No. 1, es decir, para tuberías localizadas en terrenos muy montañosos o escarpados se presentarán depresiones altas por el aumento del término gravitatorio, que deben ser consideradas en el momento de proyectar los dispositivos de protección. Por ejemplo, para pendientes longitudinales del 30% y del 0,5% se obtienen presiones absolutas mínimas de 4,99 mca y 10,01 mca respectivamente.
- Obviamente, el tamaño de la ventosa es otro parámetro muy sensible que debe ser considerado durante el proceso de vaciado. Si la ventosa es muy pequeña se alcanzan grandes depresiones debido a que la ventosa no es capaz de introducir el aire necesario para reemplazar todo el volumen de agua drenado. Por ejemplo, para una ventosa de 25 mm de diámetro se obtiene una presión absoluta mínima de 6,32 mca, indicando un mal funcionamiento de la misma porque ha sido mal dimensionada; mientras que para una ventosa de 100 mm de diámetro se alcanza una presión absoluta mínima de 10,24 mca (prácticamente no hay depresión). Esto indica que durante el proceso de vaciado se recomiendan grandes ventosas para la fase de admisión de aire con el objetivo de evitar depresiones en el sistema que puedan ocasionar el colapso de la instalación.

El resto de los parámetros analizados (factor de fricción, coeficiente politrópico, tamaño de la bolsa de aire y tiempo de apertura) son poco sensibles durante el proceso de vaciado. Para mayores valores del factor de fricción se obtienen depresiones ligeramente más pequeñas. Y con respecto a los valores del coeficiente politrópico, el tamaño de la bolsa de aire y el tiempo de apertura de la válvula de vaciado, prácticamente no se obtienen variaciones en la presión absoluta mínima que se alcanza.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha realizado el análisis de sensibilidad de diferentes parámetros (diámetro interior de la tubería, factor de fricción, pendiente longitudinal de la tubería, coeficiente politrópico, tamaño de la ventosa, tamaño de la bolsa de aire y tiempo de apertura de la válvula de vaciado) que intervienen en el proceso de vaciado en sistemas de abastecimiento de agua aplicando el modelo matemático desarrollado por los autores.

En los procesos de vaciado de los sistemas de distribución de agua, las depresiones más importantes se presentan cuando no existen ventosas instaladas (Caso No. 1). Obviamente, cuando no hay ventosas y no se permite la entrada de aire en el sistema, existirá mayor riesgo de colapso por depresión en el sistema (tuberías y/o accesorios). Para evitar estos problemas, deberán instalarse ventosas de aire en los puntos altos de la instalación (Caso No. 2) y estas ventosas deberán estar correctamente dimensionadas.

Los principales resultados que se deducen del análisis de sensibilidad realizado en el presente trabajo son:

- Para el Caso No. 1 (tubería con el extremo aguas arriba cerrado), los parámetros que influyen de manera significativa en las depresiones alcanzadas durante el proceso de vaciado son la pendiente de la tubería (mayores depresiones en terrenos muy montañosos y escarpados) y el tamaño de la bolsa de aire dentro de la instalación (mayores depresiones para pequeñas bolsas de aire). El resto de los parámetros analizados (diámetro de la tubería, factor de fricción, coeficiente politrópico y tiempo de apertura de la válvula de vaciado) no tienen una gran influencia en la depresión alcanzada.
- Por otro lado, cuando se instalan ventosas (Caso No. 2) permitiendo la admisión de aire durante el vaciado es muy importante seleccionar el tamaño adecuado de la ventosa para evitar grandes depresiones. También influyen de manera importante en las depresiones alcanzadas la pendiente de la tubería y el tamaño de la tubería. Sin embargo, el resto de los parámetros analizados (factor de fricción, coeficiente politrópico y tiempo de apertura de la válvula de vaciado) no influyen de manera significativa en las depresiones que se alcanzan.
- El dimensionado de las ventosas en su fase de admisión (esto es, para funcionar durante los procesos de vaciado) debe realizarse con sumo cuidado para evitar grandes depresiones que pueden ocasionar el colapso de la instalación.

REFERENCIAS

- Coronado-Hernández, O.E., Fuertes-Miquel, V.S., Besharat, M., Ramos, H.M. 2017. Experimental and numerical analysis of a water emptying pipeline using different air valves. *Water* 2017, 9(2), 98. doi:10.3390/w9020098.
- Coronado-Hernández, O.E., Fuertes-Miquel, V.S., Iglesias-Rey, P.L., Mora-Meliá, D. 2016. Análisis de los fenómenos transitorios generados durante el vaciado de agua en una tubería simple. IAHR - XXVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Septiembre 28-30. Lima, Perú.
- Fuertes-Miquel, V.S., Coronado-Hernández, O.E., Iglesias-Rey, P.L., Mora-Meliá, D. 2017. Transient phenomenon during the emptying process of a single pipe with water-air interaction. *Journal of Hydraulic Research (pendiente de publicación)*.
- Fuertes-Miquel, V.S. 2001. Hydraulic transients with entrapped air pockets. Ph.D. Thesis, Department of Hydraulic Engineering, Polytechnic University of Valencia, Valencia, Spain.
- Izquierdo, J., Fuertes, V.S., Cabrera, E., Iglesias, P., García-Serra, J. 1999. Pipeline start-up with entrapped air. *Journal of Hydraulic Research*, 37, 579–590, <http://dx.doi.org/10.1080/00221689909498518>.
- León, A., Ghidaoui, M., Schmidt, A., Garcia, M. 2010. A robust two-equation model for transient-mixed flows. *Journal of Hydraulic Research*, 48, 44–56, <http://dx.doi.org/10.1080/00221680903565911>.
- Wylie, E., Streeter, V. 1993. *Fluid transients in systems*; Prentice Hall: Englewood Cliffs, NJ, USA.
- Zhou, L., Liu, D. 2013. Experimental investigation of entrapped air pocket in a partially full water pipe. *Journal of Hydraulic Research*, 51, 469–474, <http://dx.doi.org/10.1080/00221686.2013.785985>.